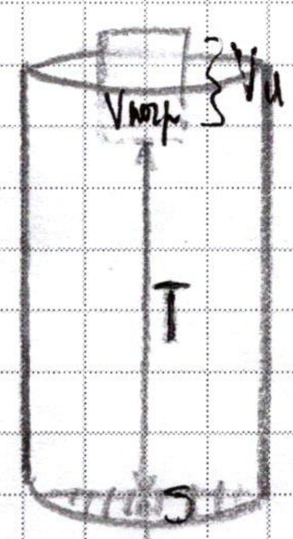
Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный технический университет
имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»

ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ШАГ В БУДУЩЕЕ»

Для билета

Вариант задания 1

Лист работы 1 из 4



~~АБ~~ N1

$T = 8\,Н$

$S = 0{,}08\,м^2$

$\Delta h - ?$

Решение:

$V = S \cdot h \Rightarrow \Delta h = \frac{\Delta V}{S}$.

$T = F_a - F_м$

$m_ц = m_в$

$\rho_ц V_ц = \rho_в V_в$

$\Rightarrow V_в = \frac{\rho_ц V_ц}{\rho_в}$

$\Delta V = V_в = \frac{\rho_ц}{\rho_в} V_ц \Rightarrow \Delta h = \frac{\Delta V}{S} = \frac{\rho_ц V_ц}{\rho_в \cdot S}$.

$\Rightarrow T = \rho_в g V_{погр} - \rho_ц V_ц g$.

Пусть $V_{погр} - x\,м^3$, а $V_ц - y\,м^3$.

Тогда:

$8\,Н = 1000\,\frac{кг}{м^3} \cdot 10\,\frac{м}{с^2} \cdot x\,м^3 - 900\,\frac{кг}{м^3} \cdot 10\,\frac{м}{с^2} \cdot y\,м^3$

$8\,\frac{кг \cdot м}{с^2} = (10000x - 9000y)\,\frac{кг \cdot м}{с^2}$

$\Rightarrow 10000x - 9000y = 8$

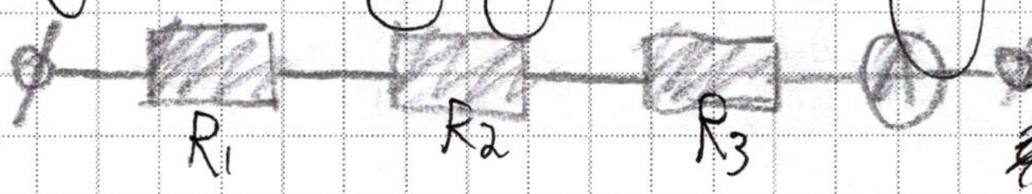
$\Rightarrow x = \frac{9000y + 8}{10000} \Rightarrow V_{погр} = \frac{9000 \cdot V_ц + 8}{10000}$

Можно использовать оборот листа для записи решений

№2

Перерисуем схему для 3 случаев.

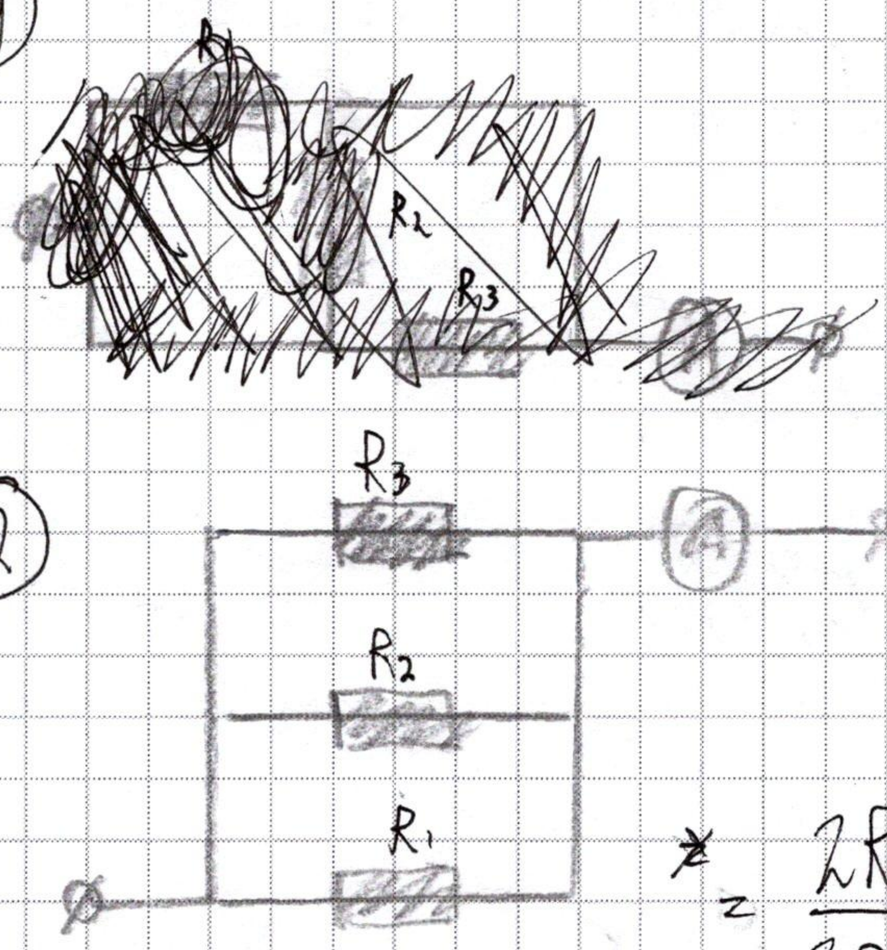
Дано:
$I_1 = 3A$
$I_2 = 30A$
$R_2 = \lambda R_1$

① 

$I_1 = 3A$.

$U_{общ} = U$

$R'_{общ} = R_1 + R_2 + R_3 = 3R_1 + R_3$

② 

$I_2 = 30A$; $U_{общ} = U$

$\frac{1}{R_{общ}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$

$\Rightarrow R_{общ} = \frac{R_1 R_2 R_3}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3} =$

$= \frac{2R_1^2 R_3}{2R_1^2 + R_1 R_3 + 2R_1 R_3} = \frac{2R_1^2 R_3}{2R_1^2 + 3R_1 R_3} \Rightarrow$

$= \frac{2R_1 R_3}{2R_1 + 3R_3}$.

$\frac{I_1}{I_2} = \frac{U}{R_1} \cdot \frac{R_2}{U} = \frac{R_2}{R_1} = \frac{3}{30} = \frac{1}{10} \Rightarrow \frac{2R_1 R_3}{2R_1 + 3R_3} \cdot 10 = 3R_1 + R_3$

$\frac{20R_1 R_3}{2R_1 + 3R_3} = \frac{3R_1 + R_3}{1} \Rightarrow 6R_1^2 + 9R_1 R_3 + 2R_1 R_3 + 3R_3^2 = 20R_1 R_3$.

$\Rightarrow 6R_1^2 + 3R_3^2 = 9R_1 R_3 \Rightarrow$ ~~$2R_1^2 + 6R_3^2 = 3R_1 R_3 \; 2R_1^2 - 3R_1 R_3 + R_3^2 = 0$~~

$\Rightarrow 2R_1^2 - 3R_1 R_3 + R_3^2 = 0$. Пусть $R_1 = x$, $R_3 = y$. Решим уравнение относительно y, т.е. R_3.

$2x^2 - 3xy + y^2 = 0$,

$y^2 - 3xy + 2x^2 = 0$

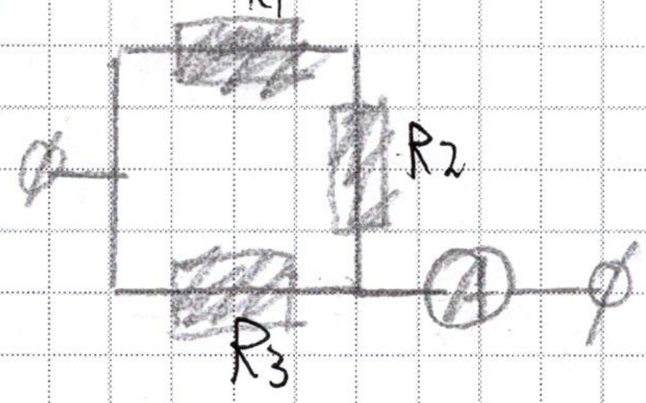
$D = 9x^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2x^2 = x^2$

$\begin{cases} y = \frac{3x - \sqrt{x^2}}{2} = \frac{3x - x}{2} = x \\ y = \frac{3x + \sqrt{x^2}}{2} = \frac{3x + x}{2} = 2x. \end{cases}$

* x больше 0, т.к. это сопротивление.

Итого, либо $R_1 = R_3$, либо $R_3 = 2R_1$. Нагретым будет 3 и найдем сопротивление.

③



$I_3 - ?$

$R_{общ}^3 = \frac{(R_1 + R_2)R_3}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{3R_1 \cdot R_3}{3R_1 + R_3}$ *

$\frac{3R_1^2}{4R_1} = 0{,}75R_1$ $\quad (R_3 = R_1)$

$\frac{6R_1^2}{5R_1} = 1{,}2R_1$. $\quad (R_3 = 2R_1)$

~~$U_{общ} = U_1 = I_3 R_3$~~

$U_3 = U_1 \Rightarrow I_1 R_{общ}^1 = I_3 R_{общ}^3$

$\Rightarrow I_3 = \frac{I_1 R_{общ}^1}{R_{общ}^3}$

$\frac{3 \cdot 4R_1}{0{,}75R_1} = 16$ А

$\frac{3 \cdot 5R_1}{1{,}2R_1} = 12{,}5$ А.

Ответ: $I_3 = 16$ или $12{,}5$ А.

№3

Дано:

к-р - краем
к - корж
м - морт

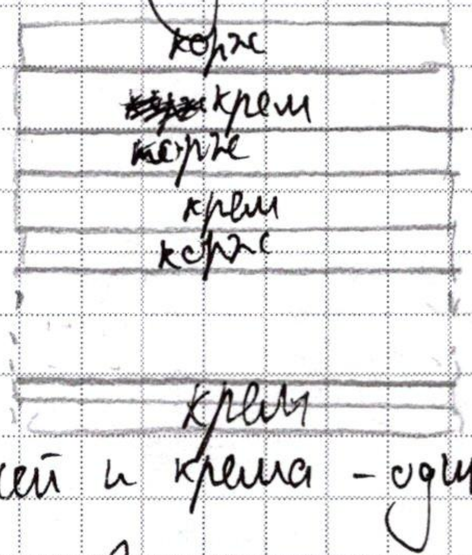
$\rho_{кр} = \rho$

$S_к = \frac{5}{1{,}2} \rho = \frac{5}{6} \rho \approx 0{,}83\rho$.

$h_к = h$ $\quad S_к = S_{кр} = S_м = S$

$h_к = 0{,}85h$

Рисунок:



(коржей и кремa - одинаково слоев)

Найти:

$\rho_{ур} - ?$

Решение:

Итак, так как количество слоев ~~коржей~~ неизвестно, но зато известно, что они чередуются и того и другого одинаково. Значит, можно найти $\rho_{ур}$ для 2 слоев и она будет верной для любого такого торта. Так и сделаем.

olymp.bmstu.ru

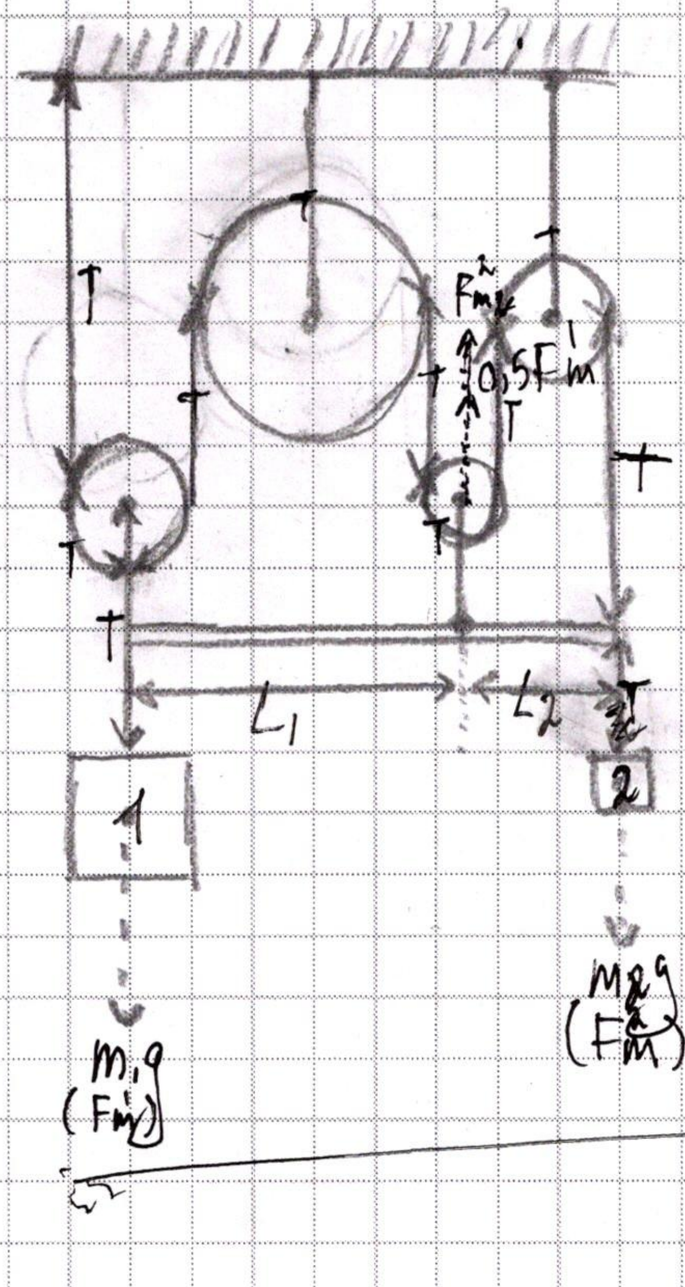
$$\rho_{ср} = \frac{m_m}{V_m} = \frac{m_{кр}+m_к}{V_{кр}+V_к} = \frac{\rho_{кр}V_{кр}+\rho_к V_к}{V_{кр}+V_к} = \frac{S(\rho_{кр}h_{кр}+\rho_к h_к)}{S(h_{кр}+h_к)} =$$

$$= \frac{\rho h + 0{,}83\cdot 0{,}85\,\rho h}{h+0{,}85h} = \frac{1+0{,}83\cdot 0{,}85}{1{,}85}\rho = \frac{1{,}7055}{1{,}85}\rho \approx 0{,}92\rho.$$

Ответ: $\rho_{ср} \approx 0{,}92\rho$.

№3 (продолжение)

№4



Дано:

L_1, L_2

Найти:

$\frac{m_1}{m_2}$ — ?

Можно использовать оборот листа для записи решений

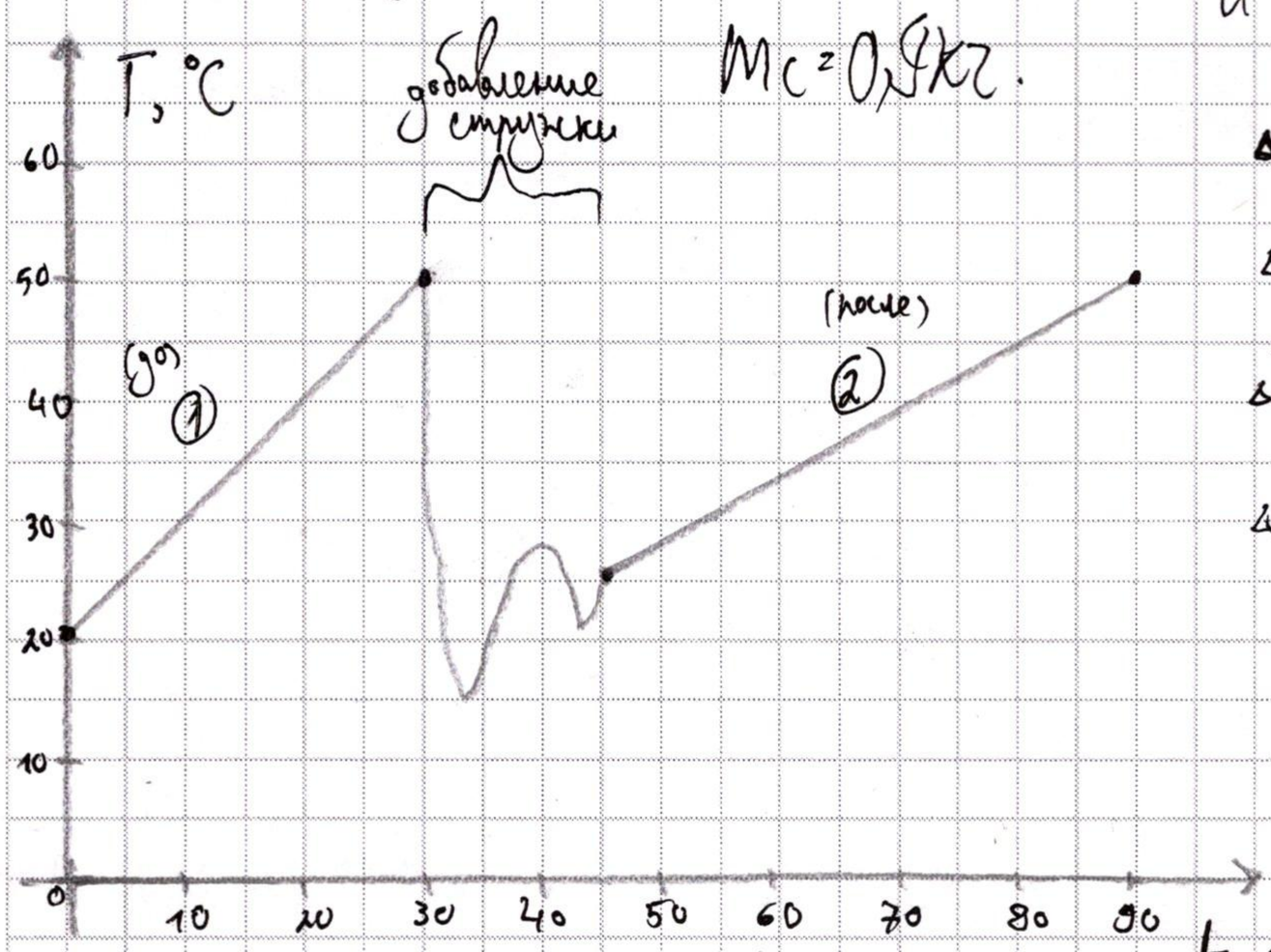
№5

Дано:

$C_м = 400 \frac{Дж}{кг \cdot К} = 400 \frac{Дж}{кг \cdot °C}$

$C_{ст} = 500 \frac{Дж}{кг \cdot К} = 400 \frac{Дж}{кг \cdot °C}$.

$m_c = 0{,}9 кг$.



По графику можно рассчитать Δt_1 и ΔT до и после добавления латуни:

$\Delta t_1 = t_к^1 - t_н^1 = 30 - 0 = 30 с$.

$\Delta T_1 = T_к^1 - T_н^1 = 50 - 20 = 30°C$.

$\Delta t_2 = t_к^2 - t_н^2 = 90 - 45 = 45 с$.

$\Delta T_2 = T_к^2 - T_н^2 = 50 - 25 = 25°C$.

$N_1 = N_2 = N$, мощность.

①: $N \Delta t_1 = C_{ст} m_{ст} \Delta T_1$

②: $N \Delta t_2 = (C_{ст} m_{ст} + C_м m_м) \Delta T_2$

①: $\Rightarrow N = \frac{C_{ст} m_{ст} \Delta T_1}{\Delta t_1}$;

②: $N = \frac{(C_{ст} m_{ст} + C_м m_м) \Delta T_2}{\Delta t_2}$.

$\Rightarrow \frac{C_{ст} m_{ст} \Delta T_1}{\Delta t_1} = \frac{(C_{ст} m_{ст} + C_м m_м) \Delta T_2}{\Delta t_2}$,

$\Rightarrow C_{ст} m_{ст} \Delta T_1 \Delta t_2 = C_{ст} m_{ст} \Delta T_2 \Delta t_1 + C_м m_м \Delta T_2 \Delta t_1$,

$\Rightarrow m_м = \frac{C_{ст} m_{ст} (\Delta T_1 \Delta t_2 - \Delta T_2 \Delta t_1)}{C_м \Delta T_2 \Delta t_1} = \frac{500 \cdot 0{,}9 (30 \cdot 45 - 25 \cdot 30)}{400 \cdot 25 \cdot 30} =$

$= 0{,}9 кг$.

Ответ: $m_м = 0{,}9 кг$.

№6

Дано:

$\delta_1 = 0{,}0975$

$\delta_2 = 0{,}001 = 1 \cdot 10^{-3}$

$\delta_3 = 0{,}0001 = 10^{-4}$

$\delta_4 = 0{,}00001 = 10^{-5}$

$m_a = 0{,}1 m_к$

$\rho_к = 800 кг/м^3$

$\rho_a = 2700 кг/м^3$

Найти: $n_{min} - ?$;

$\sqrt{[\%]} - ?$

Решение:

$\delta_{общ} = \delta_1 \cdot \delta_2 \cdot \delta_3 \cdot \delta_4 = 0{,}975 \cdot 10^{-13}$

$\delta_{общ} \cdot n_{min} = 1$

$\Rightarrow n_{min} = \frac{1}{\delta_{общ}} = \frac{1}{0{,}975 \cdot 10^{-13}} = \frac{1}{0{,}975} \cdot 10^{13} \approx$

olymp.bmstu.ru

№6 (продолжение)

$\approx 1{,}026 \cdot 10^{13}$.

$\Delta V = \frac{V_1 - V_2}{V_1} = 1 - \frac{V_2}{V_1}$; $V_1 = \frac{m_к}{\rho_к}$; $V_2 = \frac{m_к - m_а}{\rho_к} + \frac{m_а}{\rho_а} =$

$= \frac{0{,}1 m_к}{\rho_а} = \frac{\rho_а m_к - \rho_а m_а + \rho_к m_а}{\rho_к \rho_а} = \frac{\rho_а m_к - \rho_а 0{,}1 m_к}{\rho_к \rho_а}$

$\Rightarrow \Delta V = 1 - \frac{V_2}{V_1} = 1 - \frac{0{,}9 m_к \rho_к + \rho_а 0{,}1 m_к}{\rho_а} = 1 - \frac{0{,}9 \rho_к + \rho_а 0{,}1}{\rho_к} =$

$= 1 - \frac{0{,}9 \cdot 800 + 0{,}1 \cdot 1400}{800} =$

$\Rightarrow \Delta V = \frac{V_1 - V_2}{V_1} = 1 - \frac{V_2}{V_1}$; $V_1 = \frac{m_к}{\rho_к}$; $V_2 = \frac{m_к - m_а}{\rho_к} + \frac{m_а}{\rho_а} =$

$= \frac{\rho_а m_к - \rho_а m_а + \rho_к m_а}{\rho_к \rho_а} = \frac{\rho_а m_к - \rho_а 0{,}1 m_к}{\rho_к \rho_а}$.

$\Rightarrow \Delta V = \frac{0{,}9 m_к \rho_а + 0{,}1 m_к \rho_к}{\rho_к \rho_а}$

$\Rightarrow \Delta V = 1 - \frac{0{,}9 m_к \rho_а + 0{,}1 m_к \rho_к}{\rho_к \rho_а} \cdot \frac{\rho_к}{m_к} = 1 -$

$= \frac{0{,}9 \rho_а + 0{,}1 \rho_к}{\rho_а} = 1 - \frac{0{,}9 \cdot 1400 + 0{,}1 \cdot 800}{1400} = 1 -$

$- \frac{1340}{1400} \approx 1 - 1{,}12 \approx -0{,}12$. $\Rightarrow$ уменьшилась на 12%

Ответ: $\Delta V \approx 12\%$

